

!!! Op elk vel naam en studentnummer vermelden !!!

Opgave 1: Hoek- en snelheidsstranformaties

We beschouwen een meterstaaf in rust in een bepaald stelsel (the 'other frame') die onder een hoek van θ' georianteerd is t.o.v. de x' -as. In het ruststelsel ('home frame') beweegt de staaf met een snelheid β in de $+x$ -richting

- a) Laat zien dat de hoek θ_1 waaronder de staaf in het 'home frame' georianteerd is t.o.v. de x -as gegeven is door de uitdrukking

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\tan \theta'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

- b) Wat is de lengte van de meterstaaf in het 'home frame'?
- c) Neem aan dat in het 'other frame' een kogel met snelheid v' afgeschoten wordt langs de meterstaaf, d.w.z. onder een hoek θ' . Leid een uitdrukking af voor de hoek θ_2 , waaronder die kogel in het 'home frame' beweegt t.o.v. de x -as.
- d) Beschouw het geval van $\beta=3/5$ en $v'=0.5$ en bereken numerieke waarden voor θ_1 en θ_2

Opgave 2: Relativistische correcties bij GPS (s.v.p. op een apart vel met naam en nr!)

Het 'Global Positioning System' GPS werkt met atoomklokken aan boord van satellieten en op aarde, die uiteraard op een bepaald moment gesynchroniseerd moeten worden. De satellieten zenden op een basisfrequentie van 10.23 MHz signalen uit met informatie over hun momentane positie en het tijdstip van uitzending. Een ontvanger kan door meting en analyse van signalen van meerdere satellieten zijn positie op aarde bepalen.

- a) Hoe nauwkeurig moet de looptijd van de signalen bepaald worden, om een positie met een nauwkeurigheid van 30 m te bepalen, d.w.z. hoe nauwkeurig moeten de klokken lopen?
- b) De satellieten lopen op een hoogte van ca 20 200 km boven de aarde met een omlooptijd van ca 12 uur (straal van de aarde is 6800 km). Dit betekent, dat de klokken daarin bewegen t.o.v. die op aarde, en dus anders lopen. Geef een berekening van het tijdsverschil Δt , dat de klokken in de satellieten tijdens 24 uur oplopen, nadat ze gelijk gezet werden (veronderstel voor het gemak, dat de klokken op aarde in rust zijn).
- c) Met welke frequentieafwijking Δf van de basisfrequentie zouden de satellieten moeten zenden, om te bereiken, dat de ontvangers een frequentie van 10.23 MHz waarnemen (waarbij we even voor het gemak veronderstellen dat alleen het snelheidseffect in rekening gebracht moet worden)?

!!! Op elk vel naam en studentnummer vermelden !!!Opgave 3: Ruimteverkeer

(s.v.p. op een apart vel met naam en nr!)

Een ruimteschip B achtervolgt een ruimteschip A. Beide ruimteschepen hebben dezelfde snelheid $\beta = +0,6$ in de positieve x-richting ten opzichte van een waarnemer die in rust is t.o.v. de vaste sterren. De onderlinge afstand, gemeten in het stelsel S' van deze ruimteschepen, bedraagt 2000 s.

Het coördinatenstelsel van de waarnemer wordt aangeduid met S; het coördinatenstelsel waarin de ruimteschepen in rust zijn wordt aangeduid met S'. Op $t = t' = 0$ passeren de oorsprongen van deze coördinatenstelsels elkaar.

Op $t = 0$ vertrekt vanuit ruimteschip B een shuttle in de richting ruimteschip A (event P).

Gelijktijdig (in het stelsel S' van de ruimteschepen) vertrekt vanuit A een shuttle in de richting van B (event Q).

De waarnemer W bepaalt de snelheid van de shuttles. Zij vindt $v_B = 0,8$ voor de shuttle die vanuit B is vertrokken en $v_A = -0,2$ voor de shuttle die vanuit A is vertrokken.

- Bereken de snelheden van de shuttles in S'.
- Teken een twee-waarnemer-diagram (tip: oorsprong links onder op het vel, 100 s per hokje)
- Bepaal hieruit het tijdstip waarop de shuttle vanuit A vertrekt volgens de waarnemer W.
- Bepaal het tijdstip en plaats waar de shuttles elkaar passeren in zowel S als in S' (event R).
- Controleer de zodanig bepaalde resultaten m.b.v. de Lorentztransformaties.

Opgave 3: Inelastische botsing.

(s.v.p. op een apart vel met naam en nr!)

Een deeltje met een rustmassa m_0 is in ruste ten opzichte van een waarnemer. Een ander deeltje met gelijke rustmassa en een snelheid β botst met het eerste deeltje.

De botsing is geheel inelastisch en er ontstaat een nieuw deeltje met rustmassa M_0' dat met een snelheid β' van de waarnemer af beweegt.

- Toon met het behoud van het vier-moment in dit botsings proces aan dat er geldt:

$$\beta' = \gamma\beta/(\gamma+1)$$

- Geef het botsing proces grafisch weer in een p - E diagram, kies zelf waarden voor β en m_0 .

- Toon aan dat voor de rustmassa voor het nieuw gevormde deeltje geldt:

$$M_0' = m_0 \sqrt{2(\gamma+1)}$$

- Vindt een uitdrukking voor M_0' in termen van de kinetische energie K_0 voor de botsing.
- Uit b) volgt dat $M_0' \geq 2m_0$. Wat is de fysische verklaring hiervoor?